Weder Schuldner-Paradies noch Gläubiger-Hölle

Zur Nachhaltigkeit realer Staatsschuld

Frank C. Englmann

1. Einleitung

Spätestens seit Beginn der sogenannten Euro-Staatsschuldenkrise im Jahr 2010 ist die Frage der Nachhaltigkeit von Staatsschulden bzw. deren Nicht-Nachhaltigkeit (insbesondere im Falle der Euro-Krisen-Staaten) von erheblicher ökonomischer und politischer Bedeutung. Dass es einen Unterschied macht, ob sich ein Staat in eigener Währung, die seine Zentralbank selbst schaffen kann, oder in fremder Währung verschuldet (siehe hierzu u.a. Sims 2013), zeigte etwa die unterschiedliche Entwicklung der Zinssätze auf spanische und britische Staatsanleihen in der ersten Hälfte des Jahres 2012. Bei ansonsten durchaus ähnlichen makroökonomischen Daten in Spanien und dem Vereinigten Königreich waren die Zinssätze auf spanische Staatsanleihen deutlich höher als die Zinssätze auf britische Staatsanleihen. Ein ähnliches Phänomen lässt sich auch im Falle von Japan beobachten, wo eine deutlich höhere Staatsschuldenquote nicht zu hohen Zinsen führt, da die Investoren davon ausgehen können, dass die Zentralbank bei Liquiditäts- bzw. Solvenzproblemen des Staates die Anleihen aufkauft.

Die (mögliche) Monetarisierung der Staatsschuld durch Geldschöpfung der Zentralbank hat demnach erhebliche Auswirkungen auf die Zinsentwicklung. Denn die Gläubiger sehen das Liquiditäts- bzw. das Insolvenzrisiko des Staates deutlich reduziert, wenn er die Bedienung der Staatsschuld in einer Währung verspricht, die er über die Zentralbank selbst schaffen kann. Sims (2013, 567ff) spricht hier von nominaler Staatsschuld. Aus der Sicht der Gläubiger impliziert nominale Staatsschuld ein Bail-Out-Versprechen der Zentralbank. Reale Staatsschuld impliziert demgegenüber das Versprechen ihrer Bedienung unter Ausschluss von Zentralbank-Geldschöpfung, d.h. ohne Bail-Out-Versprechen der Zentralbank.

Draghis bekannter Ausspruch im Sommer 2012 („whatever it takes") hatte die gewünschte Wirkung auf die Einschätzung der Liquiditäts- bzw. Insolvenzrisiken der Krisenstaaten in der Eurozone durch private Investoren. Denn diese können seitdem davon ausgehen, dass die Europäische Zentralbank bei drohender Illiquidität bzw. Insolvenz von Euro-Staaten deren Staatsanleihen aufkaufen würde. Für die privaten Investoren entfiel damit das Bail-In-Risiko in Form des Illiquiditäts- bzw. Insolvenzrisikos der Euro-Krisen-Staaten. In der Folge näherten sich deren Zinssätze auf Staatsanleihen wieder jenen der anderen Euro-Staaten an. Oder anders ausgedrückt: Durch dieses Erwartungsmanagement wurde reale Staatsschuld zu nominaler Staatsschuld, wobei es bekanntlich nicht beim Erwartungsmanagement blieb. Dieses wurde durch verschiedene Aufkaufprogramme der Europäischen Zentralbank unterfüttert.

Nun ist diese Politik der Europäischen Zentralbank mit ihren zinssenkenden Wirkungen insbesondere in Deutschland keineswegs unumstritten. Bei einer strikten Auslegung der Maastricht-Verträge ist jede Form der Staatsfinanzierung durch die Europäische Zentralbank ausgeschlossen. Die Europäische Zentralbank darf demnach nicht als lender of last resort[1] für Euro-Staaten fungieren und deren Illiquiditäts- und Insolvenzrisiken ganz oder teilweise übernehmen und damit das Bail-In-Risiko für private Investoren reduzieren, welche diese Staatsanleihen halten.

Die damit einhergehenden höheren Zinsen sind im Sinn der Marktdisziplin in Kauf zu nehmen. Obwohl höhere Zinsen die Auszahlungen des Staates erhöhen, damit seine Liquiditätsposition schwächen und Konsolidierungsmaßnahmen kurzfristig erschweren, sind hinreichend hohe Zinsen langfristig für die Solvenz des Staates nötig. Denn die Erfüllung der intertemporalen Budgetrestriktion des Staates und damit die Solvenz

[1] In ihrer Funktion als lender of last resort soll die Zentralbank bei Bankenkrisen nur illiquide Geschäftsbanken retten, nicht insolvente. Allerdings ist die Unterscheidung in der Praxis schwer zu treffen.

des Staates erfordern bei Ausschluss der Monetarisierung von Staatsschuld, dass der Zinssatz die Veränderungsrate der Staatsschuld übersteigt (siehe z.B. Romer 2012, 586f und Blanchard, Fischer 1989, 127). Ein für die Solvenz des Staates hinreichend hoher Zinssatz führt nun allerdings in einfachen Modellen der Staatsschuldendynamik (siehe etwa Gärtner 2016, 405ff und Wickens 2011, 106ff) zur Instabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote, bei der die Wachstumsrate der Staatsschuld mit der Wachstumsrate des Inlandsprodukts übereinstimmt. Ein für die Solvenz des Staates hinreichend hoher Zinssatz kann überdies zu Liquiditäts- und Effizienzproblemen des Staates führen.

Sofern die Monetarisierung der Staatsschuld glaubhaft ausgeschlossen ist, werden rational handelnde private Investoren Staatsanleihen nur dauerhaft nachfragen bzw. halten, wenn sie die Solvenz des Staates unterstellen. Dies bedeutet nicht, dass die Investoren annehmen, dass der Staat seine Schulden zurückzahlen wird. Für die Erfüllung der intertemporalen Budgetrestriktion des Staates ist es hinreichend, dass er so hohe Primärüberschüsse erzielt, dass der Gegenwartswert der Staatsschuld gegen null konvergiert, dass also die Solvenzbedingung des Staates erfüllt ist. Rational handelnde private Investoren sind somit nur bereit, dauerhaft in Staatsanleihen zu investieren, wenn der zugehörige Zinssatz die von den Investoren erwartete Wachstumsrate der Staatsschuld übersteigt. Damit gibt es wie in der postkeynesianischen Kapital- und Wachstumstheorie (siehe etwa Pasinetti 1962) eine Abhängigkeit des Zinssatzes vom Wachstum, wobei auch dort der Zinssatz die Wachstumsrate im steady state übersteigt.

Wenn nun manche Ökonomen wie etwa Wickens (2011) und Gärtner (2016) auch bei Ausschluss der Monetarisierung der Staatsschuld einfach annehmen, dass Investoren bereit sind, Staatsschuldtitel zu halten, selbst wenn die Solvenzbedingung des Staates (Zinssatz größer als Wachstumsrate der Staatsschuld) nicht erfüllt ist, so unterstellen sie den Investoren irrationales Verhalten. Auch wenn keineswegs davon auszugehen ist, dass sich Wirtschaftssubjekte immer rational verhalten, halte ich es dennoch nicht für überzeugend, eine nachhaltige Irrationalität zu unterstellen. Wie bereits erwähnt, ist das Problem aber nun, dass etwa bei Wickens (2011) und Gärtner (2016) die Erfüllung der Solvenz-Bedingung zur Instabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote führt.[2] Angesichts des Umstandes, dass Schocks die Regel sind und nicht die Ausnahme, ist Instabilität nicht mit der Nachhaltigkeit der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote vereinbar. Denn Schocks führen bei Instabilität zu sich verstärkenden Abweichungen von der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote. Damit stellt sich die Frage, ob sich denn notwendigerweise die Erfüllung der Solvenzbedingung und der Stabilitätsbedingung(en) wechselseitig ausschliessen.

Darüber hinaus erachte ich es für sinnvoll, zwei weitere Anforderungen an eine nachhaltige Staatsschuld zu stellen: Der Staat muss liquide sein und die Staatsschuld sollte in dem Sinne effizient sein, dass die Schattenertragsrate der Nettokreditaufnahme des Staates größer oder zumindest gleich dem Zinssatz auf Staatsanleihen ist. Während die Erfüllung der Solvenzbedingung einen hinreichend hohen Zinssatz erfordert, erfordern die Erfüllung der Liquiditäts- und der Effizienzbedingung einen hinreichend geringen Zinssatz. Die Frage ist mithin, ob bzw. unter welchen Bedingungen es einen Korridor des gleichgewichtigen Zinssatzes gibt, für den die Staatsschuld nachhaltig ist.

Die Untersuchung von Nachhaltigkeit, in welchem Zusammenhang auch immer, beschäftigt sich mit der Entwicklung in der langen Frist. Eine nachhaltige Entwicklung ist eine Entwicklung auf einem langfristigen Gleichgewichtspfad. Im ökonomischen Kontext liegt es deshalb nahe zu untersuchen, unter welchen Bedingungen es ein Wachstumsgleichgewicht gibt, in dem die Nachhaltigkeitsbedingungen für eine nachhaltige Staatsschuld erfüllt sind. Deshalb konzentriert sich die folgende Untersuchung auf Wachstumsgleichgewichte. Prozesse außerhalb von Wachstumsgleichgewichten werden nur insoweit berücksichtigt, soweit sie die Stabilität von Wachstumsgleichgewichten betreffen.

Um nun insbesondere die Frage zu untersuchen, unter welchen Umständen die Staatsverschuldung in einem Wachstumskontext nachhaltig bzw. nicht nachhaltig ist, wird angenommen, dass das Wachstumsgleichgewicht ohne Staatsschuld existiert und eindeutig sowie stabil ist. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass eine mögliche Nicht-Existenz, Nicht-Eindeutigkeit und Instabilität eines Wachstumsgleichgewichts mit Staatsschuld auf diese zurückzuführen ist. Deshalb wird als Basis ein

[2] Hier und im Folgenden wird konsequent zwischen der Konstanz einer Variablen im Gleichgewicht und deren (lokaler) Stabilität unterschieden.

Solow-Wachstumsmodell (Solow 1956) unterstellt, in welchem zwar Staatsverschuldung berücksichtigt wird, aber weder eine Zentralbank noch die Möglichkeit eines „saving glut".[3]

Die Nachhaltigkeit der Staatsschuld ist auch für Keynesianer eine wichtige Fragestellung, da Keynes bekanntlich bei negativen Abweichungen vom Gleichgewichtspfad für ein deficit spending plädiert hat. Sollte es keine nachhaltige positive Staatsschuld geben, so wäre über die Zyklen hinweg ein ausgeglichenes Budget anzustreben. Die sogenannte „Goldene Regel der Finanzpolitik" (Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung 2007), wonach staatliche Netto-Investitionen über staatliche Netto-Kreditaufnahme zu finanzieren sind, wäre im Sinne der Nachhaltigkeit zu verwerfen.

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: In Abschnitt 2 wird die Solvenzbedingung des Staates erläutert, in Abschnitt 3 die Stabilitätsbedingung, in Abschnitt 4 die Liquiditätsbedingung und in Abschnitt 5 die Effizienzbedingung. In Abschnitt 6 wird gezeigt, dass bei entsprechenden Parameterkonstellationen zwei ökonomisch relevante Gleichgewichte existieren, von denen eines stabil und das andere instabil ist. In Abschnitt 7 wird dargelegt, dass die Staatsschuld im stabilen Gleichgewicht bei entsprechenden Parameterkonstellationen nachhaltig ist in dem Sinne, dass außer der Stabilitätsbedingung auch die Solvenz-, die Liquiditäts- und die Effizienzbedingung erfüllt sind. In Abschnitt 8 wird das nachhaltige Wachstumsgleichgewicht noch näher beleuchtet. Mit wenigen Schlussbemerkungen endet der Beitrag.

2. *Solvenzbedingung des Staates*

Da es manche Ökonomen zu überraschen scheint, dass für die Solvenz des Staates, im Prinzip aber jedes Schuldners, ein hinreichend hoher Zinssatz nötig ist, soll dies im Anschluss an Romer (2012, 586f) und Blanchard und Fischer (1989, 127) noch einmal kurz dargestellt werden. Für den

[3] Das um Staatsverschuldung erweiterte neoklassische Wachstumsmodell wird in Englmann (2016a) ausführlich dargestellt. In diesem Beitrag wird deshalb auf eine vollständige Darstellung verzichtet. Es werden nur die für die Argumentation unbedingt notwendigen Bestandteile explizit eingeführt.

Gegenwartswert (PVB) der Staatsschuld (B) gilt bei Erfüllung der Solvenzbedingung:[4]

$$\lim_{t\to\infty} PVB(t) = \lim_{t\to\infty} B(t)e^{-R_B(t)} \leq 0 \qquad (1),$$

wobei R_B den Zinseszins des Zinssatzes auf Staatsanleihen r_B für die Perioden 0 bis t bezeichnet:

$$R_B(t) = \int_{\psi=0}^{t} r_B(\psi)d\psi \qquad (2).$$

Aus Gleichung (1) folgt für die Veränderungsrate des Gegenwartswertes der Staatsschuld

$$PVB(t) = B(t) - r_B(t) \qquad (3).$$

Die Einhaltung der Solvenzbedingung erfordert nun, dass der Gegenwartswert der Staatsschuld gegen null konvergiert. Dies ist der Fall, wenn seine Veränderungsrate negativ ist, solange er selbst positiv ist, bzw. die Veränderungsrate gleich null ist, sobald der Gegenwartswert ebenfalls gleich null ist:

$$\lim_{t\to\infty} PVB(t) = \begin{cases} \lim_{t\to\infty}\left[\hat{B}(t) - r_B(t)\right] < 0 \;\forall\; PVB(t) > 0 \\ \lim_{t\to\infty}\left[\hat{B}(t) - r_B(t)\right] = 0 \;\forall\; PVB(t) = 0 \end{cases} \qquad (4).$$

Die Staatsschuldenquote ist definiert als Verhältnis von Staatsschuld zu Volkseinkommen:

$$b = \frac{B}{Y} \qquad (5).$$

Durch logarithmisches Differenzieren nach der Zeit erhalten wir aus Gleichung (5) die Veränderungsrate der Staatsschuldenquote:

[4] Da es sich um eine makroökonomische Fragestellung handelt, wird stetige Zeit unterstellt. Die Abhängigkeit der Variablen von der Zeit wird nur dann explizit dargestellt, wenn dies für die Argumentation wesentlich ist. Zudem gelten: $\dot{x}(t) = dx(t)/dt$ und $\hat{x}(t) = \dot{x}(t)/x(t)$.

$$\hat{b} = \hat{B} - \hat{Y} \qquad (6).$$

Für eine nicht-negative konstante Staatsschuldenquote, bei welcher $\hat{b} = 0$ und damit $\hat{B} = \hat{Y}$ gilt, lautet mithin die Solvenzbedingung bei einem asymptotisch stabilen Gleichgewicht:[5]

$$\lim_{t \to \infty} PVB(t) = PVB^{*} = \hat{B}^{*} - r_B^{*} = \hat{Y}^{*} - r_B^{*} \leq 0 \ \forall \ PVB(t) \geq 0 \qquad (7).$$

Damit der Staat im Wachstumsgleichgewicht solvent ist, muss der (gleichgewichtige) Zinssatz auf Staatsschulden die Veränderungsrate der Staatsschuld übersteigen bzw. muss mit ihr übereinstimmen. Der Zinssatz muss also hinreichend hoch sein. Ein in diesem Sinne zu niedriger Zinssatz ist mit der Nachhaltigkeit der Staatsschuld unvereinbar.

Abbildung 1: Gegenwartswert der Staatsschuld bei konstanter Staatsschuldenquote und erfüllter Solvenzbedingung $\hat{B}^{*} = \hat{Y}^{*} < r_B^{*}$

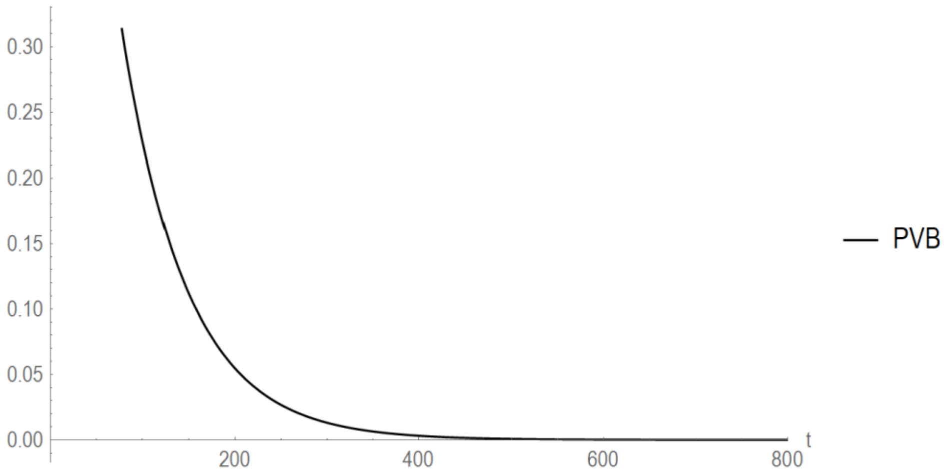
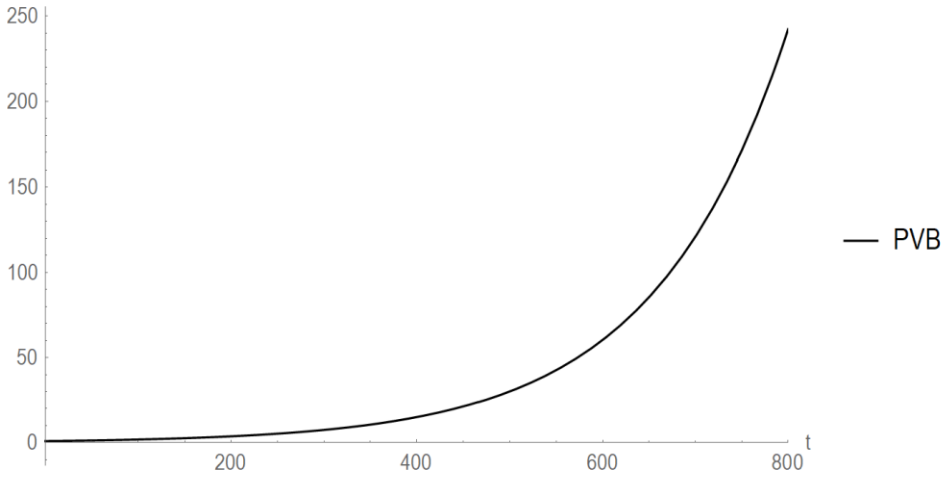


Abbildung 1 zeigt die zeitliche Entwicklung des Gegenwartswertes der Staatsschuld bei Erfüllung der Solvenzbedingung des Staates, Abbildung 2 die zeitliche Entwicklung des Gegenwartswertes der Staatsschuld bei Verletzung der Solvenzbedingung.

[5] Mit einem hoch gestellten Stern werden Gleichgewichtswerte von Variablen bezeichnet.

Abbildung 2: Gegenwartswert der Staatsschuld bei konstanter Staatsschuldenquote und verletzter Solvenzbedingung $\hat{B}^* = \hat{Y}^* > r_B^*$



Zur Verdeutlichung mögen noch zwei Zitate dienen:[6]

> "The government's budget constraint does not prevent it from staying permanently in debt, or even from always increasing the amount of its debt. Recall that the household's budget constraint in the Ramsey model implies that the limit of the present value of its wealth cannot be negative (…). Similarly, the restriction the budget constraint places on the government is that the limit of the present value of its debt cannot be positive." (…)

> "If the real interest rate is always positive, a positive but constant value of D (hier: B) - so the government never pays off its debt -satisfies the budget constraint. Likewise, a policy where D (hier: B) is always growing satisfies the budget constraint if the growth rate of D (hier: B) is less than the real interest rate." (Romer 2012, 586)

Sowie:

> "Note what equation (55) (Erläuterung des Autors: die intertemporale Budgetrestriktion des Staates) does not imply. The equality of current debt and the present value of surpluses does not imply that debt is ultimately repaid or even that debt is ultimately constant. All it implies

[6] Siehe zum Zusammenhang zwischen Solvenzbedingung des Staates und intertemporaler Budgetrestriktion des Staates auch Buiter (2017, 7f).

is equation (54), namely, that the debt ultimately grows less rapidly than the interest rate." (Blanchard, Fischer 1989, 127)

Für die Bereitschaft privater Investoren, in Staatsanleihen zu investieren, ist nicht nur die absolute Höhe des Zinssatzes auf Staatsanleihen relativ zu den Ertragsraten der Alternativanlagen von Bedeutung, sondern auch die Einschätzung der Solvenz des Staates, die ihrerseits davon abhängt, dass der Zinssatz die Wachstumsrate der Staatsschuld übersteigt. Rationale Investoren bilden sich Erwartungen bezüglich der Solvenz bzw. Insolvenz ihrer Schuldner und beziehen diese in ihr Investitionskalkül ein. Sofern sie von ihrem Bail-In ausgehen, werden sie im langfristigen Gleichgewicht nur dann in eine Anlage investieren, wenn der Zinssatz hoch genug ist, um die Solvenz des Gläubigers zu gewährleisten.

Dies führt zur Annahme eines Ziel-Zinssatzes (r_B^t), den die Investoren für angemessen halten. Dieser ergibt sich aus einem Zuschlag (a) auf die gleichgewichtige Wachstumsrate der Staatsschulden $(\hat{B}^*)$ in Abhängigkeit von der Höhe der Staatsschuldenquote (b). Hiermit wird dem Umstand Rechnung getragen, dass der Zinssatz auf Staatsanleihen mit der Staatsschuldenquote ansteigt (siehe z.B. Laubach 2009 und Greenlaw et al. 2013 sowie die dort zitierte Literatur):

$$r_B^t = \hat{B}^* + \underline{a} + a'b; \ \underline{a} > 0, \ a' \geq 0 \qquad (8).$$

Die Abhängigkeit des Zinsaufschlags von der Staatsschuldenquote lässt sich auch damit rechtfertigen, dass die Investoren die Wahrscheinlichkeit, von einer Insolvenz des Staates in ökonomische Mitleidenschaft gezogen zu werden, als umso höher ansehen, je höher die Staatsschuldenquote ist. Stimmt der Zinssatz mit dem Ziel-Zinssatz überein, ist die Solvenz des Staates gesichert:

$$r_B = r_B^t \qquad (9).$$

3. *Stabilitätsbedingung der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote*

Nach der Solvenzbedingung des Staates wenden wir uns nun seiner periodenbezogenen Budgetrestriktion zu. Diese lautet:

$$T + \dot{B} = C_g + I_g + r_B B \qquad (10).$$

Da wir die Monetarisierung der Staatschuld in diesem Beitrag ausschliessen, besteht der gesamte Zahlungsmittelzufluss des Staates aus seinen Netto-Transfereinnahmen T (kurz: Steuern) und dem Budgetdefizit $\dot{B}$. Dieser wird zur Finanzierung der staatlichen Konsum- (C_g) und Investitionsausgaben I_g sowie der Zinszahlungen für die bestehende Staatsschuld $(r_B B)$ verwendet. Das Primärdefizit (D) ist definitionsgemäß gleich dem Budgetdefizit abzüglich der Zinszahlungen des Staates und damit gilt zugleich nach Gleichung (10):

$$D = \dot{B} - r_B B = C_g + I_g - T \qquad (11).$$

Entsprechend gilt für die zugehörige Primärdefizitquote mit Y als Volkseinkommen:

$$d = \frac{D}{Y} = \frac{\dot{B}}{Y} - r_B \frac{B}{Y} = \frac{C_g + I_g - T}{Y} \qquad (12).$$

und mit den Gleichungen (12) und (5) auch der definitorische Zusammenhang zwischen Primärdefizitquote, Veränderungsrate der Staatsschuld, Zinssatz und Staatsschuldenquote:

$$d = (\hat{B} - r_B)b \qquad (13).$$

Aus der Solvenzbedingung (7) $(\hat{B} < r_B)$ folgt, dass der Staat einen Primärüberschuss erzielen muss, um solvent zu sein. Anders als Sims (2013, 568) behauptet, muss dieser im Wachstumsgleichgewicht allerdings nicht größer als die Zinszahlungen des Staates sein. Ein Teil der Zinszahlungen kann wegen $r_B B = \dot{B} - D$ durch die Nettokreditaufnahme gedeckt werden, ohne die Solvenz des Staates zu gefährden.[7]

Aus Gleichung (6) folgt:

$$\dot{b} = (\hat{B} - \hat{Y})b \qquad (14)$$

und folglich mit der aus Gleichung (13) herleitbaren, weiterhin definitorischen Beziehung

[7] Bei Anwendung der Goldenen Regel muss dieser Teil der Finanzierung der staatlichen Investitionen aus den Nettotransfereinnahmen des Staates erfolgen.

$$\hat{B} = \frac{d}{b} + r_B \qquad (15),$$

die Differentialgleichung für die Staatsschuldenquote:

$$\dot{b} = d - (\hat{Y} - r_B)b \qquad (16).$$

Wenn wir (vorläufig) wie Gärtner (2016, 405ff) und Wickens (2011, 106ff) die Primärdefizitquote, die Veränderungsrate des Volkseinkommens und den Zinssatz als gegeben annehmen, so kann die gleichgewichtige Staatsschuldenquote als Nullstelle der Differentialgleichung (16) bestimmt werden:

$$b^* = \frac{d^*}{\hat{Y}^* - r_B^*} \qquad (17),$$

wobei im Gleichgewicht wegen Gleichung (6)

$$\hat{B}^* = \hat{Y}^* \qquad (18)$$

gilt. Für die lokale Stabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote ist es offensichtlich notwendig, dass die Steigung der Differentialgleichung im Gleichgewicht negativ ist:

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial b}(b^*) = \frac{\partial d}{\partial b}(b^*) - \left(\frac{\partial \hat{Y}}{\partial b}(b^*) - \frac{\partial r_B}{\partial b}(b^*) \right) b^* + r_B^* - \hat{B}^* < 0 \qquad (19).$$

Gärtner (2016, 405ff) und Wickens (2011, 106ff) vernachlässigen in ihrer Analyse mögliche Abhängigkeiten der Primärdefizitquote, der Wachstumsrate des Volkseinkommens und des Zinssatzes von der Staatsschuldenquote, d.h. sie setzen die partiellen Ableitungen auf der rechten Seite von Gleichung (19) gleich null. Damit folgt für exogen vorgegebene Werte $d = d^*$, $r_B = r_B^*$, $\hat{Y} = \hat{Y}^* = \hat{B}^*$:

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial b}(b^*) = r_B^* - \hat{B}^* = r_B^* - \hat{Y}^* < 0 \qquad (20),$$

die Stabilitätsbedingung bei Gärtner (2016, 405ff) und bei Wickens (2011, 106ff). Bedingung (20) steht offensichtlich im Widerspruch zur Solvenzbedingung (7).

Abbildung3: Stabile Staatsschuldenquote bei verletzter Solvenzbedingung $\hat{Y}^* = \hat{B}^* > r_B^*,\ d^* > 0$

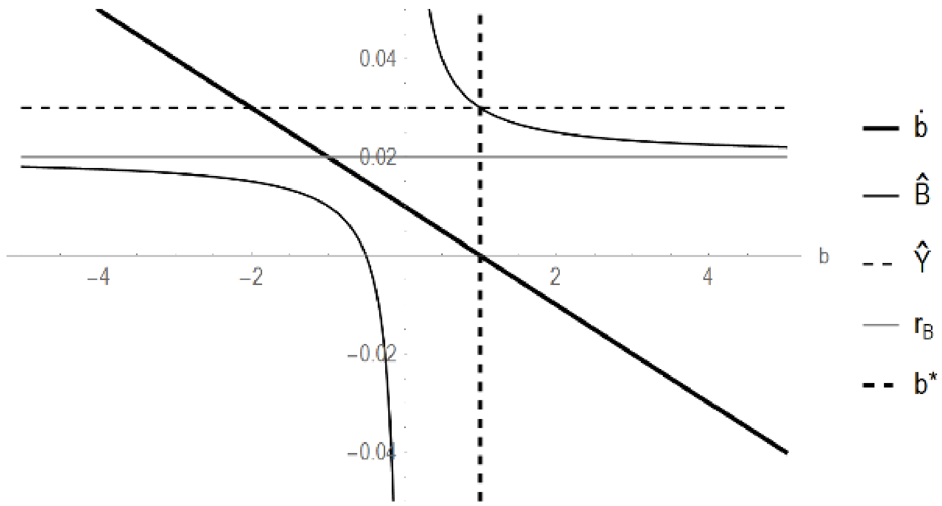
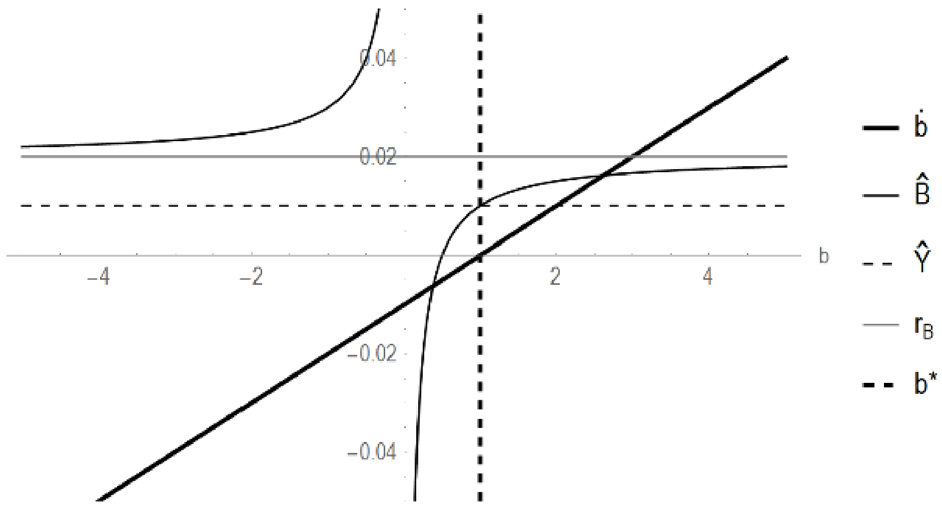


Abbildung4: Instabile Staatsschuldenquote bei erfüllter Solvenzbedingung $\hat{Y}^* = \hat{B}^* < r_B^*,\ d^* < 0$



Im Anschluss an Gärtner (2016, 405ff) lassen sich vier Fälle unterscheiden. Denn die Primärdefizitquote kann größer oder kleiner/gleich null sein und die Differenz zwischen der Wachstumsrate von Volkseinkommen bzw. Staatsschuld und Zinssatz ebenso. Da wir an der Nachhaltigkeit einer positiven Staatsschuld interessiert sind, sind nur zwei Fälle relevant, nämlich der Fall 1, in dem sowohl die Primärdefizitquote als auch die Differenz zwischen der Wachstumsrate von Volkseinkommen bzw. Staatsschuld und Zinssatz positiv sind, und Fall 2, in dem sowohl die Primärdefizitquote als auch die Differenz zwischen der Wachstumsrate von Volkseinkommen bzw. Staatsschuld und Zinssatz negativ sind.

Aufgrund der negativen Steigung der Differentialgleichung ist in Abbildung 3 die gleichgewichtige Staatsschuldenquote stabil, allerdings ist die Solvenzbedingung des Staates verletzt, während in Abbildung 4 zwar die Solvenzbedingung des Staates erfüllt, nun aber die gleichgewichtige Staatsschuldenquote instabil ist. Bei exogen vorgegebenen Werten von Primärdefizitquote, Wachstumsrate des Volkseinkommens und Zinssatz besteht damit ein Spannungsverhältnis zwischen der Stabilität des Gleichgewichts und der Erfüllung der Solvenzbedingung des Staates.

Damit stellt sich die Frage, ob denn (gleichgewichtige) Primärdefizitquote, Wachstumsrate des Volkseinkommens und Zinssatz wirklich unabhängig von der Staatsschuldenquote sind. Denn ganz offensichtlich können die Solvenz- und die Stabilitätsbedingung simultan erfüllt sein, wenn nach (19) gilt:

$$\frac{\partial d}{\partial b}(b^*) - \left(\frac{\partial \hat{Y}}{\partial b}(b^*) - \frac{\partial r_B}{\partial b}(b^*) \right) b^* < \hat{B}^* - r_B^* \qquad (21).$$

Allerdings steigt der Zinssatz auf Staatsanleihen in der Regel mit der Staatsschuldenquote an (siehe z.B. Laubach 2009 und Greenlaw et al. 2013 sowie die dort zitierte Literatur), sofern Quantitative Easing durch die Zentralbank qua Annahme ausgeschlossen wird. Um die Stabilitätsbedingung zu erfüllen, muss deshalb mit der Staatsschuldenquote insbesondere die Primärdefizitquote sinken bzw. die Primärüberschussquote ansteigen.

4. *Liquiditätsbedingung des Staates*

Das staatliche Budgetdefizit kann gemäß der periodenbezogenen Budgetrestriktion des Staates (Gleichung (10)) dazu verwendet werden, ganz oder teilweise staatliche Investitionen, staatlichen Konsum oder auch staatliche Zinszahlungen zu finanzieren. Wir führen nun die Größe λ ein, welche das Verhältnis von staatlichen Investitionen zum Budgetdefizit bezeichnet:

$$\lambda = \frac{I_g}{\dot{B}} \tag{22}$$

Im Falle von $\lambda = 1$ gilt die Goldene Regel der Staatsfinanzen (siehe z.B. Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung 2007), bei deren Anwendung die Netto-Investitionen des Staates durch dessen Netto-Kreditaufnahme finanziert werden. Mit der periodenbezogenen Budgetrestriktion (10) und Gleichung (22) folgt:

$$T = C_g + r_B B + (1 - 1/\lambda) I_g \tag{23}$$

Bei Anwendung der Goldenen Regel werden aus den Steuern gerade der staatliche Konsum und die Zinszahlungen finanziert. Für die Steuerzahlungen der Privaten an den Staat wird ein konstanter Einkommensteuersatz τ unterstellt:

$$T = \tau(Y + r_B B) \tag{24}$$

Alle Einkommen (Lohn-, Kapital- und Zinseinkommen) fließen den privaten Haushalten zu, nur sie zahlen Einkommensteuern. Von weiteren Steuerarten wird abgesehen. Es wird eine keynesianische Sparfunktion unterstellt:

$$S_{pr} = s_{pr}(1 - \tau)(Y + r_B B) \tag{25}$$

Wie im ursprünglichen Solow-Modell wird angenommen, dass die Höhe der privaten realen Netto-Investitionen I_{pr} und damit der Zuwachs des privaten Kapitalstocks $\dot{K}_{pr}$ durch die Höhe der in neu emittierte Unternehmensaktien investierten Ersparnisse S_{pr}^f bestimmt wird:

$$S_{pr}^f = \left(s_{pr} - s_{pr}^g\right)(1 - \tau)(Y + r_B B) = I_{pr} = \dot{K}_{pr} \tag{26}$$

Der andere Teil der Ersparnisse S_{pr}^g wird in neu emittierte Staatsanleihen investiert, welche die Staatsschuld erhöhen:

$$S_{pr}^{g} = s_{pr}^{g}(1-\tau)(Y + r_B B) = \dot{B} \qquad (27).$$

Die Akkumulation des privaten Realkapitals ist ebenso durch die Spar- und Anlageentscheidungen der privaten Haushalte bestimmt wie die Entwicklung der Staatsschuld. Es wird angenommen, dass der Anteil der Ersparnisse, der in Staatsanleihen investiert wird, die Staatsanleihen-Investitionsneigung, umso höher ist, je höher der Zinssatz auf Staatsanleihen ist.

$$s_{pr}^{g} = \underline{s}_{pr}^{g} + s_{pr}^{g'}\left(r_B - \hat{B}^{*}\right);\ \underline{s}_{pr}^{g} \geq 0,\ s_{pr}^{g'} > 0 \qquad (28).$$[8]

Hierbei bezeichnet $s_{pr}^{g'}$ die Ableitung der Staatsanleihen-Investitionsneigung bezüglich der Differenz zwischen dem Zinssatz auf Staatsanleihen und der gleichgewichtigen Wachstumsrate der Staatsschuld. Durch die Berücksichtigung der gleichgewichtigen Wachstumsrate der Staatsschuld wird eine langfristige Orientierung der privaten Investoren unterstellt, die explizit die Solvenz des Staates im Fokus hat.

Aus den Gleichungen (22), (23), (24), (27) und (28)erhalten wir:

$$\frac{C_g}{Y} = 1 - \left\{1 - (1-\lambda)\left[\underline{s}_{pr}^{g} + s_{pr}^{g'}\left(r_B - \hat{B}^{*}\right)\right]\right\}(1-\tau)(1 + r_B\, b) \qquad (29).$$

Der Anteil des staatlichen Konsums am Volkseinkommen wird endogen über die periodenbezogene Budgetrestriktion des Staates bestimmt.

Liquide sein bedeutet für ein Wirtschaftssubjekt, in jeder Periode seine nicht reduzierbaren Auszahlungen durch Einzahlungen und liquide bzw. in der betrachteten Periode liquidierbare Vermögensbestände decken zu können. Auszahlungen sind nicht reduzierbar, wenn vertragliche oder gesetzliche Zahlungsverpflichtungen bestehen, die in der betrachteten Periode nicht durch Vertrags- oder Gesetzesänderungen reduziert werden können. In jedem Fall gibt es bei Auszahlungen, also auch solchen, bei denen keine vertraglichen oder gesetzlichen Zahlungsverpflichtungen bestehen, eine Untergrenze von null. Unter den Annahmen, dass (i) der Staat über keine kurzfristig liquidierbaren Vermögensbestände verfügt, (ii)

[8] Im Anschluss an Englmann (2016a) könnte auch die relative Ertragsrate einer Investition in Staatsanleihen und einer Investition in Unternehmensaktien als Bestimmungsgröße der Staatsanleihen-Investitionsneigung herangezogen werden. Aus Vereinfachungsgründen wird hierauf verzichtet.

seine Nettokreditaufnahmemöglichkeiten durch die Anlageentscheidungen der Investoren begrenzt werden und (iii) keine vertraglichen bzw. gesetzlichen Zahlungsverpflichtungen für staatliche Konsumauszahlungen bestehen, ist der Staat in einem ökonomisch-rechtlichen Sinne liquide, wenn der staatliche Konsum nicht-negativ ist:

$$C_g \geq 0 \tag{30}$$

Die strikte Gleichheit in (30) und damit die Liquiditätsuntergrenze des staatlichen Konsums impliziert, dass die Bürgerinnen und Bürger bereit sind, Nettotransferzahlungen an den Staat zu leisten, auch wenn diese ausschließlich für Zinszahlungen verwendet werden. Dies erscheint unrealistisch. In einem polit-ökonomischen Sinne liquide ist der Staat, wenn er einen hinreichend hohen Anteil der Nettotransfereinnahmen (ε) für die Finanzierung staatlicher Konsumausgaben verwendet. Deshalb formulieren wir die Liquiditätsbedingung des Staates wie folgt:

$$\frac{C_g}{Y} \geq \varepsilon\tau(1+r_B\, b);\ \varepsilon \geq 0 \tag{31}$$

wobei $\tau(1+r_B\, b)$ den Anteil der Nettotransferzahlungen am Volkseinkommen bezeichnet. Je höher der Anteil der vertraglich oder gesetzlich festgelegten staatlichen Konsumausgaben ist und je höher die Ansprüche der Steuerzahler/innen in Bezug auf staatliche Konsumausgaben sind, desto höher ist der Anspruchsparameter ε. Eine Möglichkeit, die Liquiditätsbedingung ‚aufzuweichen', besteht darin, von der Goldenen Regel abzuweichen und Teile der Nettokreditaufnahme nicht für die Finanzierung von staatlichen Investitions-, sondern für die Finanzierung von staatlichen Konsumausgaben zu verwenden.

Aus Bedingung (31) können wir den ‚liquiditätsmaximalen' Zinssatz $(r_B)_l^{Max}$ herleiten, für den die staatliche Liquiditätsbedingung gerade noch erfüllt ist. Für den liquiditätsmaximalen Zinssatz gilt:

$$\begin{aligned}
\left(r_B\right)_l^{Max} &= \frac{b\begin{bmatrix} 1+s_{pr}^{g'}\hat{B}^*(1-\lambda)(1-\tau) \\ -(1-\varepsilon)\tau-\left(\underline{s}_{pr}^{g}+s_{pr}^{g'}\right)(1-\lambda)(1-\tau) \end{bmatrix}}{2\,b\,s_{pr}^{g'}(1-\lambda)(1-\tau)} \\
&- \frac{1}{2\,b\,s_{pr}^{g'}(1-\lambda)(1-\tau)} \\
&\begin{Bmatrix} \left(s_{pr}^{g'}(1-\lambda)(1-\tau)\right)^2 + \\ b^2\left[1-(1-\varepsilon)\tau+\left(s_{pr}^{g'}\hat{B}^*-\underline{s}_{pr}^{g}\right)(1-\lambda)(1-\tau)\right]^2 - \\ 2bs_{pr}^{g'}(1-\lambda)(1-\tau) \\ \left[1+(1-\varepsilon)\tau-\left(s_{pr}^{g'}\hat{B}^*-\underline{s}_{pr}^{g}\right)(1-\lambda)(1-\tau)\right] \end{Bmatrix}^{1/2} \\
&\frac{\partial\left(r_B\right)_l^{Max}}{\partial\lambda} < 0
\end{aligned} \qquad (32).$$

Da der Ausdruck (32) recht lang und unübersichtlich ist, hier noch das Ergebnis bei Anwendung der Goldenen Regel ($\lambda = 1$):

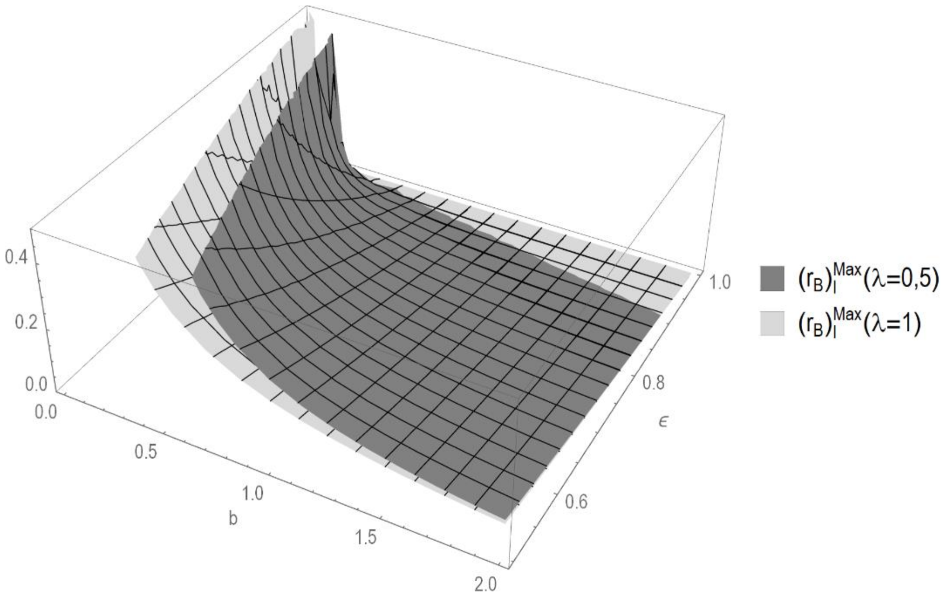
$$\begin{aligned}
&\left(r_B\right)_l^{Max}(\lambda = 1) = \frac{(1-\varepsilon)\tau}{\left(1-(1-\varepsilon)\tau\right)b}; \\
&\frac{\partial\left(r_B\right)_l^{Max}}{\partial\varepsilon} < 0;\ \frac{\partial\left(r_B\right)_l^{Max}}{\partial\tau} > 0;\ \frac{\partial\left(r_B\right)_l^{Max}}{\partial b} < 0
\end{aligned} \qquad (33).$$

Abbildung 5 zeigt den liquiditätsmaximalen Zinssatz in Abhängigkeit von der Staatsschuldenquote und ε für zwei unterschiedliche Werte von λ bei vorgegebenen Werten der anderen Parameter. Der liquiditätsmaximale Zinssatz fällt mit ε, λ und der Staatsschuldenquote und steigt mit dem Steuersatz.

Die Liquiditätsbedingung des Staates kann demnach auch wie folgt formuliert werden:

$$r_B \leq \left(r_B\right)_l^{Max} \qquad (34).$$

Abbildung 5: Liquiditätsmaximaler Zinssatz



Aus dem Vergleich von Solvenzbedingung (7) und Liquiditätsbedingung (34) wird offensichtlich, dass ein hoher Zinssatz unmittelbar die Liquidität des Staates gefährdet, nicht aber die Solvenz des Staates.

5. *Effizienzbedingung der Staatsschuld*

Schließlich wenden wir uns noch der Effizienz der Staatsschuld zu. Diese hängt davon ab, wofür die Nettokreditaufnahme einer Periode verwendet wird: zur Finanzierung staatlichen Konsums oder zur Finanzierung staatlicher Investitionen in öffentliches Kapital K_g. Aschauer (1989) folgend wird dieses in der aggregierten Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas Typ berücksichtigt:

$$Y = \gamma A^{\alpha} L^{\alpha} K_{pr}^{\beta} K_g^{1-\alpha-\beta}; \quad \gamma \geq 1 \qquad (35),$$

wobei Y das Nettoinlandsprodukt bzw. Volkseinkommen bezeichnet, γ eine positive Konstante, A die technische Effizienz, L den Arbeitseinsatz und K_{pr} privates Kapital. Die totale Faktorproduktivität wächst mit der Rate des technischen Fortschritts δ, das Arbeitsangebot mit der natürlichen Wachstumsrate n. Arbeit wird reallohnunelastisch angeboten. Kapital und Arbeit sind vollbeschäftigt. Das aggregierte Güterangebot ist gleich der aggregierten Güternachfrage, die sich aus dem privaten Konsum (C_{pr}), dem öffentlichen Konsum (C_g), den privaten Nettoinvestitionen (I_{pr}) und den öffentlichen Nettoinvestitionen zusammensetzt (I_g). Alle Einkommen (Lohn-, Kapital- und Zinseinkommen) fließen den privaten Haushalten zu.

Das Preisniveau ist auf eins normiert. Alle Größen sind somit Realgrößen, auch die Staatsschuld. Wir unterstellen vollkommene Konkurrenz auf dem Gütermarkt, dem Arbeitsmarkt und dem Markt für private (Real-) Kapitalleistungen. Damit ist der Nutzungspreis des privaten Kapitals gleich der Grenzproduktivität des privaten Kapitals und der Reallohn ist gleich der Grenzproduktivität der Arbeit. Öffentliches Kapital sei ein öffentliches Gut, sein Nutzungspreis daher gleich null. Auch bei vollkommener Konkurrenz führt dies zu Unternehmensgewinnen im engeren Sinne, die an die privaten Haushalte ausgeschüttet werden.

Für die Akkumulation staatlichen Kapitals gilt nach Gleichung (22):

$$\dot{K}_g = I_g = \lambda\dot{B}; \quad \lambda > 0 \tag{36}$$

Aus Gleichung (36) folgt für ein konstantes λ eine direkte Proportionalität zwischen dem staatlichen Kapitalstock und der Staatsschuld:

$$K_g = \lambda B \tag{37}$$

Eine gänzliche oder anteilige Defizitfinanzierung staatlicher Investitionen ist nur effizient, wenn der Zinssatz auf Staatsanleihen geringer als die Schattenertragsrate staatlicher Budgetdefizite $(sr_{\dot{B}})$ ist (Englmann 2016(a), 11):

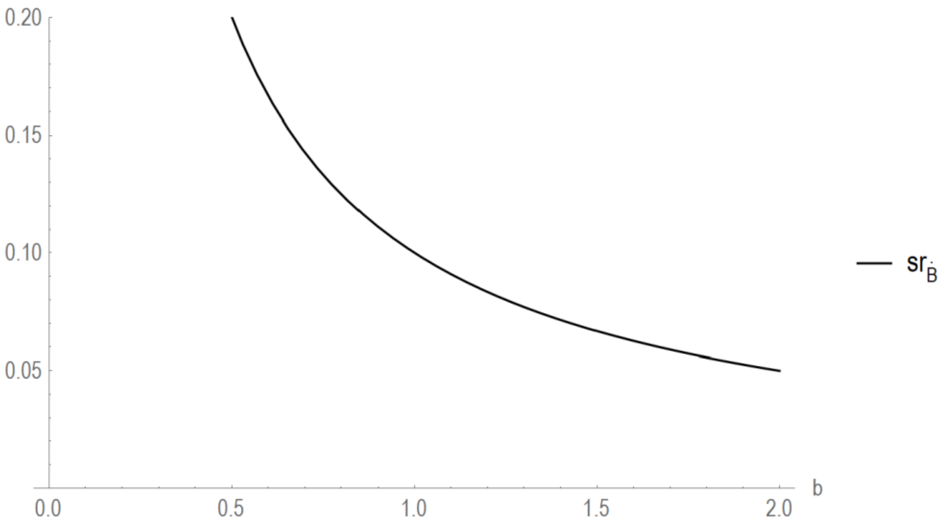
$$sr_{\dot{B}} \geq r_B \tag{38}$$

Für diese gilt:

$$sr_{\dot{B}} = \lambda Y_{K_g} = \frac{1-\alpha-\beta}{b} \tag{39}$$

wobei Y_{K_g} die Grenzproduktivität staatlichen Kapitals bezeichnet. Je größer die Staatsschuldenquote, desto geringer ist die Schattenertragsrate weiterer Budgetdefizite, wie auch Abbildung 6 zeigt.

Abbildung 6: Effizienzbedingung des Staates



6. *Wachstumsgleichgewicht: Existenz und (In-) Stabilität*

Ganz analog zum Solow-Wachstumsmodell (Solow 1956), in dem allein privates Kapital berücksichtigt wird, ist die gleichgewichtige Wachstumsrate des Volkseinkommens gleich der Wachstumsrate des Arbeitsangebots in Effizienzeinheiten, der Summe der Rate des technischen Fortschritts δ und der Wachstumsrate des Arbeitsangebots n. Diese ‚natürliche' Wachstumsrate ist ihrerseits gleich den Wachstumsraten des privaten und des öffentlichen Kapitalstocks und damit nach Gleichung (36) und (37) der Wachstumsrate der Staatsschuld:

$$\hat{Y}^{*} = \hat{K}^{*}_{pr} = \hat{K}^{*}_{g} = \hat{B}^{*} = \delta + n \qquad (40).$$

Gemäß den Gleichungen (8) und (28) wird unterstellt, dass die privaten Finanzinvestoren diese kennen. Mit den Gleichungen (5), (8), (9), (13), (15), (24), (27), (28), (40) erhalten wir für die Wachstumsrate der Staatsschuld:

$$\hat{B} = \left[\underline{s}^{g}_{pr} + s^{g'}_{pr} \left(\underline{a} + a'b \right) \right] (1-\tau) \left(\frac{1}{b} + (\delta + n) + \underline{a} + a'b \right) \qquad (41)$$

und damit gemäß Gleichung (14) für die Veränderung der Staatsschuldenquote:

$$\begin{aligned}\dot{b} = &\left[\underline{s}_{pr}^{g} + s_{pr}^{g'}\left(\underline{a} + a'b)\right)\right](1-\tau)\\ &\left[1+\left(\delta + n + \underline{a} + a'b\right)b\right] - (\delta + n)b\end{aligned} \qquad (42).$$

Die Differentialgleichung für die Staatsschuldenquote ist ein Polynom 3. Ordnung:

$$\begin{aligned}\dot{b} = &\, b^3 \left(a'\right)^2 s_{pr}^{g'}(1-\tau) + b^2 a'\left[\underline{s}_{pr}^{g} + s_{pr}^{g'}(2\underline{a} + \delta + n)\right](1-\tau) + \\ &b\left\{\left[a's_{pr}^{g'} + \left(\underline{s}_{pr}^{g} + \underline{a}s_{pr}^{g'}\right)(\underline{a} + \delta + n)\right](1-\tau) - (\delta + n)\right\} + \\ &\left(\underline{s}_{pr}^{g} + \underline{a}s_{pr}^{g'}\right)(1-\tau)\end{aligned} \qquad (43).$$

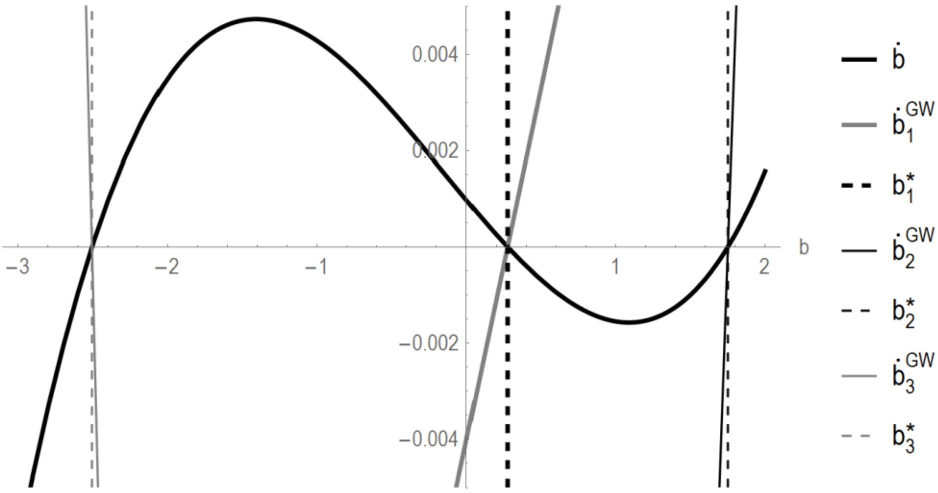
Die Nullstellen können mit Hilfe der Cardanischen Formeln analytisch gefunden werden.[9] Für $\left(\underline{s}_{pr}^{g} + \underline{a}s_{pr}^{g'}\right)(1-\tau) > 0$ gibt es in jedem Fall eine negative reelle Lösung (b_3^* in Abbildung 7), die im Hinblick auf die Frage der Nachhaltigkeit einer positiven Staatsschuld nicht interessiert.

Eine positive reelle Lösung existiert, sofern die Diskriminante gleich null ist. In diesem Fall tangiert das Polynom die Abszisse von oben. Die zugehörige gleichgewichtige Staatsschuldenquote ist demnach (auch lokal) nicht stabil. Zwei positive Lösungen existieren bei einer negativen Diskriminante. In diesem Fall ist die kleinere, bei welcher das Polynom die Abszisse mit negativer Steigung schneidet, lokal stabil (b_1^* in Abbildung 7), und die größere, bei welcher das Polynom die Abszisse mit positiver Steigung schneidet, instabil (b_2^* in Abbildung 7). Die Frage der Existenz von zwei positiven Lösungen ist damit eng mit der Frage der Stabilität verknüpft. Für positive Werte von $\underline{a}$, a', $\underline{s}_{pr}^{g}$ und $s_{pr}^{g'}$ ist die Negativität der Diskriminante zugleich notwendige als auch hinreichende Bedingung für die Existenz einer positiven und lokal stabilen gleichgewichtigen Staatsschuldenquote. Mit zunehmenden Werten von $\underline{a}$, a', $\underline{s}_{pr}^{g}$ und $s_{pr}^{g'}$ nimmt die Diskriminante zu, während sie mit zunehmenden Werten von Steuersatz und Rate des technischen Fortschritts abnimmt. Existiert keine positive gleichgewichtige Staatsschuldenquote, so

[9] Auf ihre Wiedergabe wird angesichts der Länge der Ausdrücke verzichtet.

steigt die Staatsschuldenquote im Zeitablauf immer weiter an, sofern sie im Ausgangszeitpunkt positiv ist. Die Nachhaltigkeit der Staatsschuld setzt also die Existenz eines Gleichgewichts mit positiver Staatsschuldenquote voraus.

Abbildung 7: Differentialgleichung für die Staatsschuldenquote



$n = 0; \delta = 0{,}02; \underline{a} = 0{,}001; a' = 0{,}05; \underline{s}_{pr}^{g} = 0{,}001; s_{pr}^{g'} = 0{,}5; \tau = 0{,}35$

Wie in Abschnitt 8 näher ausgeführt, zeigen nummerische Berechnungen, dass die Diskriminante für viele ökonomisch relevante Parameterkonstellationen negativ ist, sofern die Werte von $\underline{a}$, a', $\underline{s}_{pr}^{g}$ und $s_{pr}^{g'}$ hinreichend gering und der Steuersatz und die gleichgewichtige Wachstumsrate hinreichend hoch sind.[10] Wenden wir uns nun der Frage zu, welcher der vier Parameter die größte Bedeutung für Existenz und Stabilität des Gleichgewichts hat. Einen Hinweis zur Beantwortung der Frage gibt der Umstand, dass sich das Polynom in seiner Struktur, d.h. seiner Ordnung am stärksten ändert, wenn (bei positiven Werten der anderen drei Parameter) a' den Wert null einnimmt. In diesem Fall wird aus dem Polynom 3. Ordnung ein Polynom 1. Ordnung, mithin eine Gerade.

[10] Die drei Nullstellen lassen sich mit Hilfe von Mathematica analytisch bestimmen. Angesichts der Länge der Ausdrücke wird auf ihre Wiedergabe verzichtet.

Nimmt hingegen (bei positiven Werten der anderen drei Parameter) $s_{pr}^{g'}$ den Wert null an, so wird die Ordnung des Polynoms von drei auf zwei reduziert. Die positive Abhängigkeit des (Ziel-)Zinssatzes von der Staatsschuldenquote ist damit für die Mehrdeutigkeit von Gleichgewichten verantwortlich, sofern diese existieren. Sofern a' gleich null ist und ein Gleichgewicht mit positiver Staatsschuldenquote existiert, ist es eindeutig und stabil. Sofern $s_{pr}^{g'}$ gleich null ist, können drei Fälle auftreten: Entweder existiert kein Gleichgewicht, eines oder zwei, jeweils mit positiver Staatsschuldenquote. Existiert eines, so ist dieses instabil. Existieren zwei, so ist das kleinere stabil und das größere instabil. Somit kann festgehalten werden, dass das Ausmaß der Abhängigkeit des (Ziel-)Zinssatzes von der Staatsschuldenquote für die Stabilität des Gleichgewichts ausschlaggebend ist.

In Abbildung 7 sind überdies die von Gärtner (2016, 405ff) und Wickens (2011, 106ff) unterstellten, zu den drei Gleichgewichten gehörenden Differentialgleichungen $\dot{b}_i^{GW}$, $i = 1,2,3$ eingezeichnet, die sich durch Einsetzen der Gleichgewichtswerte von Primärdefizitquote, Zinssatz und Wachstumsrate des Volkseinkommens in Gleichung (16) ergeben. Der Vergleich der Differentialgleichungen $\dot{b}$ und $\dot{b}_i^{GW}$ in Abbildung 7 zeigt, dass der Ansatz von Gärtner und Wickens bezüglich der Bestimmung der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote unproblematisch ist. Auf Grund der Vernachlässigung möglicher Abhängigkeiten der Primärdefizitquote, der Wachstumsrate des Volkseinkommens und des Zinssatzes von der Staatsschuldenquote kann der Ansatz von Gärtner und Wickens allerdings in Bezug auf die Stabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote zu falschen Ergebnissen führen. Denn die von Gärtner und Wickens unterstellten linearen Differentialgleichungen werden nicht – wie bei der Untersuchung der lokalen Stabilität üblich – über eine Taylor-Approximation 1. Ordnung der nicht-linearen Differentialgleichung bei der jeweiligen gleichgewichtigen Staatsschuldenquote, d.h. über eine Tangente im jeweiligen Gleichgewicht, hergeleitet. Vielmehr wird einfach der Ordinatenabschnitt, welcher der jeweiligen gleichgewichtigen Primärdefizitquote entspricht, mit der jeweiligen gleichgewichtigen Staatsschuldenquote verbunden. Diese unübliche Form der Linearisierung bringt es mit sich, dass die Steigung der linearisierten Differentialgleichung im Falle eines gleichgewichtigen Primärüberschusses und einer positiven (negativen) gleichgewichtigen Staatsschuldenquote notwendigerweise positiv (negativ) ist, unabhängig von der Steigung der nicht-linearen Differentialgleichung im jeweiligen Gleichgewicht. Dass diese von Gärtner und Wickens verwendete Form der Linearisierung fehleranfällig in Bezug auf die Stabilität ist, verwundert nicht.

7. Nachhaltiges und nicht-nachhaltiges Wachstumsgleichgewicht

Kehren wir zu dem Fall zurück, in dem alle vier Parameter $\underline{a}$, a', $\underline{s}_{pr}^{g}$ und $s_{pr}^{g'}$ positiv sind. In beiden Gleichgewichten mit positiver Staatsschuld ist die Solvenzbedingung auf Grund der Gleichheit von Ziel-Zinssatz und Zinssatz erfüllt.

Im Folgenden wird deshalb der Frage nachgegangen, ob und wenn ja, in welchem der beiden Gleichgewichte auch die anderen Nachhaltigkeitsbedingungen: die Liquiditäts-, die Effizienz- und die Stabilitätsbedingung erfüllt sind. In kompakter Form lauten die Nachhaltigkeitsbedingungen:

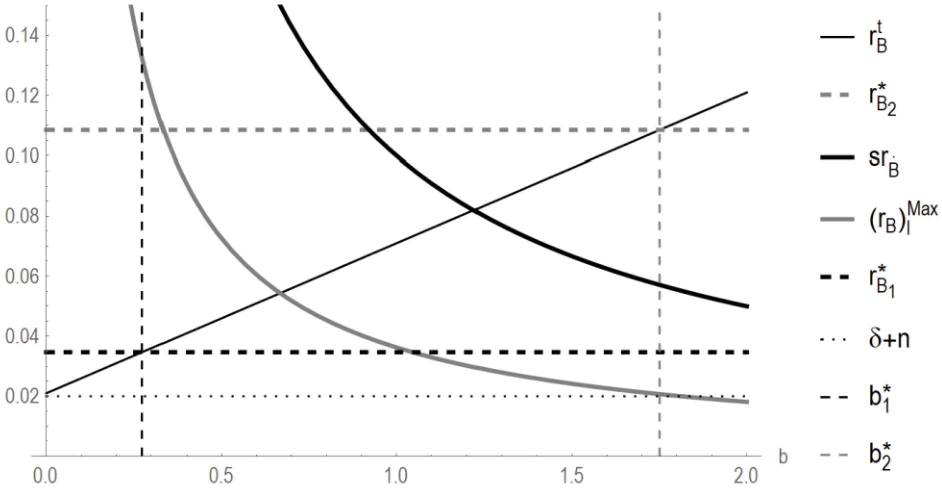
$$\delta + n < r_B^* \leq \min\left[\left(r_B\right)_l^{Max}(b^*), s\, r_{\dot{B}}(b^*)\right] \cup \frac{\partial \dot{b}}{\partial b}(b^*) < 0 \qquad (44).$$

Abbildung 8(a) zeigt, dass für die unterstellte Parameterkonstellation der zum Gleichgewicht 1 gehörende Zinssatz $r_{B_1}^*$ im ‚Nachhaltigkeits-Korridor' zwischen der gleichgewichtigen Wachstumsrate von Staatsschuld und Volkseinkommen und dem liquiditätsmaximalen Zinssatz liegt, der in diesem Fall kleiner als die Schattenertragsrate des Budgetdefizits ist. Dies ist im Gleichgewicht 2 nicht der Fall. Dort liegt der gleichgewichtige Zinssatz $r_{B_2}^*$ oberhalb des ‚Nachhaltigkeits-Korridors'.

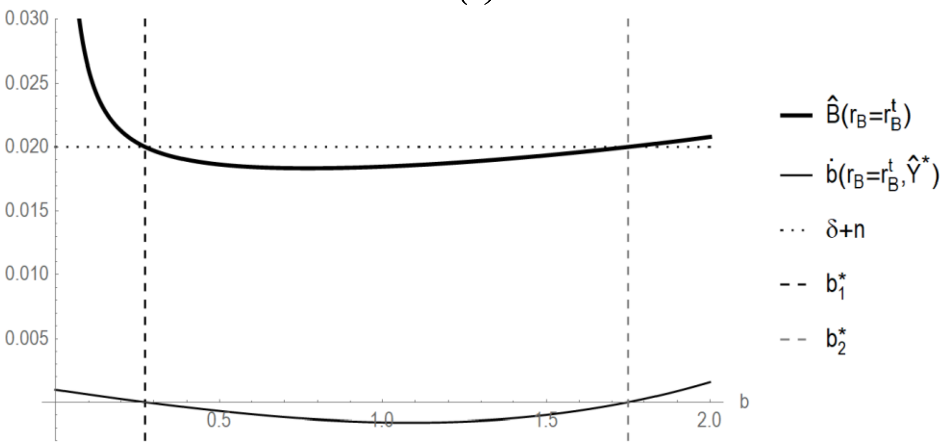
Abbildung 8(b) zeigt zugleich, dass im Gleichgewicht 1, anders als im Gleichgewicht 2, auch die Stabilitätsbedingung einer negativen Steigung der Differentialgleichung für die Staatsschuldenquote erfüllt ist. Überdies zeigt Abbildung 8(b), dass in der Umgebung des lokal stabilen Gleichgewichts 1 die Wachstumsrate der Staatsschuld mit zunehmender Staatsschuldenquote sinkt, obwohl der Zinssatz (unter Annahme seiner Übereinstimmung mit dem Ziel-Zinssatz) mit der Staatsschuldenquote ansteigt und dies nach Gleichung (15) für sich genommen zu einem Anstieg der Wachstumsrate der Staatsschuld führt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das Verhältnis zwischen Primärsaldo und Staatsschuld schneller sinkt als der Zinssatz ansteigt. Im instabilen Gleichgewicht 2 ist dies umgekehrt. Dies wird auch aus Abbildung 9 deutlich.

Abbildung 8: Nachhaltiges und nicht-nachhaltiges Gleichgewicht

(a)



(b)



$s_{pr} = 0{,}12; \gamma = 1; \alpha = 0{,}7; \beta = 0{,}2; n = 0; \delta = 0{,}02; \lambda \approx 1; \underline{a} = 0{,}001; a' = 0{,}05;$

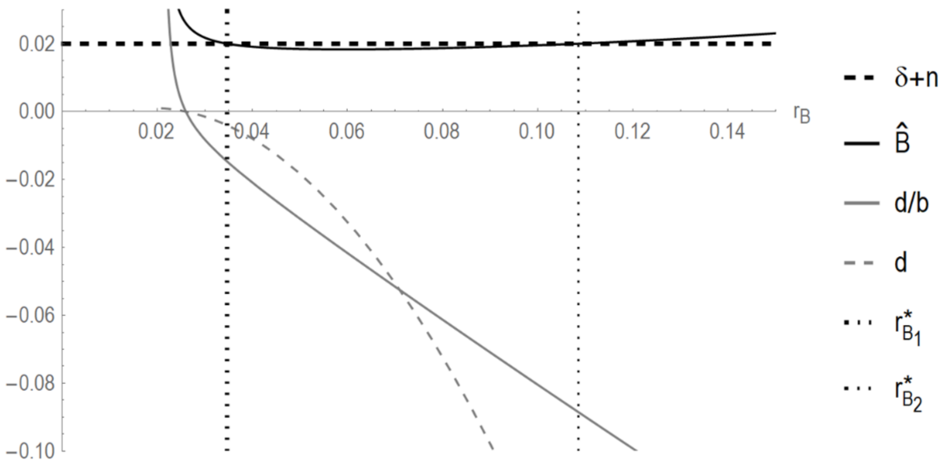
$\underline{s}_{pr}^{g} = 0{,}001; s_{pr}^{g'} = 0{,}5; \varepsilon = 0{,}9; \tau = 0{,}35$

Dies heißt, dass im Gleichgewicht 1 die Staatsschuld in dem Sinne nachhaltig ist, dass simultan die Solvenz-, die Liquiditäts-, die Effizienz- und die Stabilitätsbedingung erfüllt sind.[11] Die Stabilität des Gleichgewichtes

[11] In einem zugehörigen vollständig ausformulierten Solow-Modell mit Staatsschuld, das auf drei Differentialgleichungen reduziert werden kann, lässt sich die mögliche Nachhaltigkeit der Staatsschuld nachweisen, ohne wie in Abbildung 8 zu unterstellen, dass die Wachstumsraten von Volkseinkommen und Staatsschuld auch

1 setzt voraus, dass die gleichgewichtige Wachstumsrate des Volkseinkommens ihrerseits bezüglich Dynamiken stabil ist, die nicht unmittelbar mit der Staatsschuldendynamik in Zusammenhang stehen. In Englmann (2016a) wird gezeigt, dass dies in einem Solow-Wachstumsmodell mit Staatsschuld i.d.R. der Fall ist.

Abbildung 9: Wachstumsrate der Staatsschuld, Primärdefizitquote und Verhältnis von Primärdefizit und Staatsschuld in Abhängigkeit vom Zinssatz



$n = 0; \delta = 0,02; \underline{a} = 0,001; a' = 0,05; \underline{s}^g_{pr} = 0,001; s^{g'}_{pr} = 0,5; \tau = 0,35$

Die Reaktion der Primärüberschussquote auf Veränderungen der Staatsschuldenquote ist in dem vorgestellten Modell bestimmt durch die dadurch induzierten Veränderungen der Nachfrage nach neu emittierten Staatsanleihen, welche die Budgetdefizitquote bestimmen. Da diese sich weniger stark ändert als die Zinszahlungsquote, erfolgt eine Anpassung der Primärdefizitquote.[12]

außerhalb des Gleichgewichts mit ihren Gleichgewichtswerten übereinstimmen und der Zinssatz mit dem Ziel-Zinssatz.

[12] Siehe zur Bedeutung staatlicher fiskalischer Reaktionsfunktionen für die Nachhaltigkeit von Staatsschulden auch den kürzlich erschienenen Handbuch-Artikel von D'Erasmo et al. (2016). Dort wird allerdings die Nachfrage nach Staatsanleihen nicht explizit modelliert.

8. Nachhaltiges Wachstumsgleichgewicht und komparative Dynamik

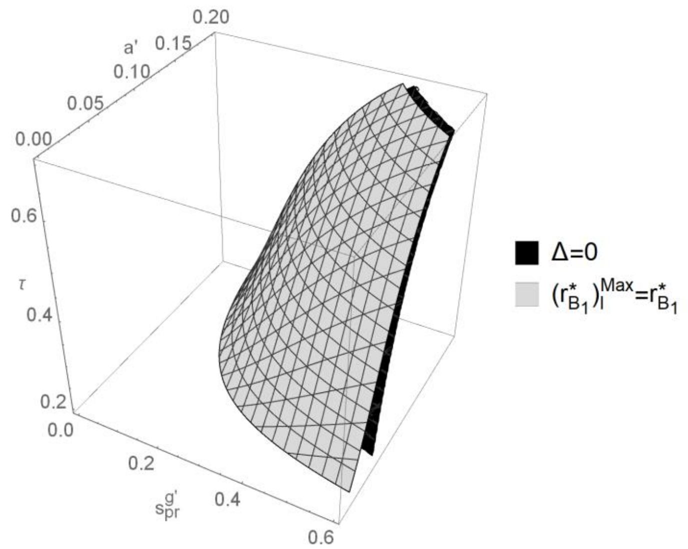
Bevor wir uns den komparativ-dynamischen Eigenschaften des nachhaltigen Wachstumsgleichgewichts zuwenden, soll noch auf die Parameterkonstellationen eingegangen werden, für welche die Nachhaltigkeitsbedingungen erfüllt sind.

Die schwarze Fläche zeigt in Abbildung 10(a) bzw. 10(b) die Kombinationen der Abhängigkeit des Ziel-Zinssatzes von der Staatsschuldenquote a', der Zinsabhängigkeit der Staatsanleihen-Investitionsneigung $s_{pr}^{g'}$ und des Steuersatzes τ bzw. der gleichgewichtigen Wachstumsrate $\delta + n$, für welche die Diskriminante des Polynoms 3. Ordnung (Δ) gerade gleich null ist. Für die Existenz eines stabilen positiven Gleichgewichtswertes der Staatsschuldenquote muss die Diskriminante negativ sein. Dies bedeutet, dass für kleinere Werte von a' und $s_{pr}^{g'}$ sowie größere Werte von τ und $\delta + n$ eine positive stabile Staatsschuldenquote existiert. Ob dann auch die Effizienz- und die Liquiditätsbedingung erfüllt ist, hängt davon ab, ob die Werte von a' und $s_{pr}^{g'}$ kleiner oder gleich den Werten auf der $s\dot{r}_{B_1}^{*} = r_{B_1}^{*}$-Fläche bzw. der $\left(r_{B_1}^{*}\right)_{l}^{Max} = r_{B_1}^{*}$-Fläche sind sowie die Werte von τ und $\delta + n$ größer oder gleich den Werten auf der $s\dot{r}_{B_1}^{*} = r_{B_1}^{*}$-Fläche bzw. der $\left(r_{B_1}^{*}\right)_{l}^{Max} = r_{B_1}^{*}$-Fläche sind. Hinreichend geringe Werte von a' und $s_{pr}^{g'}$ sowie hinreichend große Werte von τ und $\delta + n$ sind Voraussetzung für die Nachhaltigkeit der Staatsschuld.

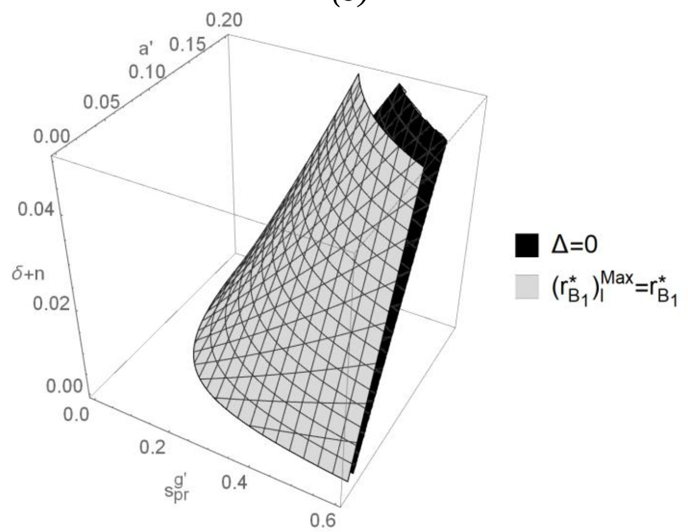
Nun soll noch näher untersucht werden, ob sich im Wachstumsgleichgewicht in Bezug auf die definitorischen Beziehungen (13) und (15) zwischen Primärüberschussquote, Staatsschuldenquote, Wachstumsrate der Staatsschuld und Zinssatz auf Staatsanleihen Aussagen in Bezug auf Kausalitäten zwischen diesen Größen treffen lassen. Von Kausalität kann man dann sprechen, wenn die Beziehung zwischen zwei Variablen dergestalt ist, dass die eine Variable die andere beeinflusst, aber nicht umgekehrt. Von den vier genannten Größen ist es die gleichgewichtige Wachstumsrate der Staatsschuld, die sich unabhängig von den anderen Größen bestimmen lässt. Sie hängt ausschließlich von der Rate des technischen Fortschritts und der Veränderungsrate des Arbeitsangebots ab. Demnach beeinflusst die gleichgewichtige Wachstumsrate der Staatsschuld den gleich-gewichtigen Zinssatz und nicht umgekehrt.

Abbildung 10: Wachstumsgleichgewicht: Parameterkonstellationen mit nachhaltiger Staatsschuld

(a)



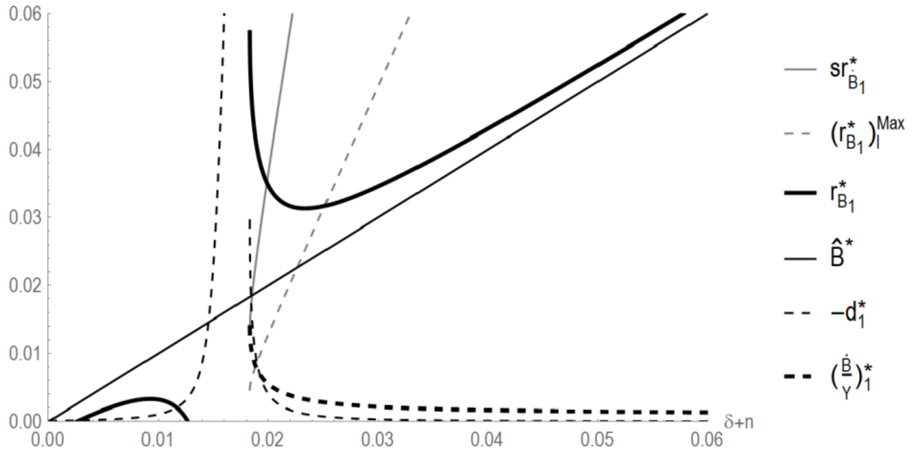
(b)



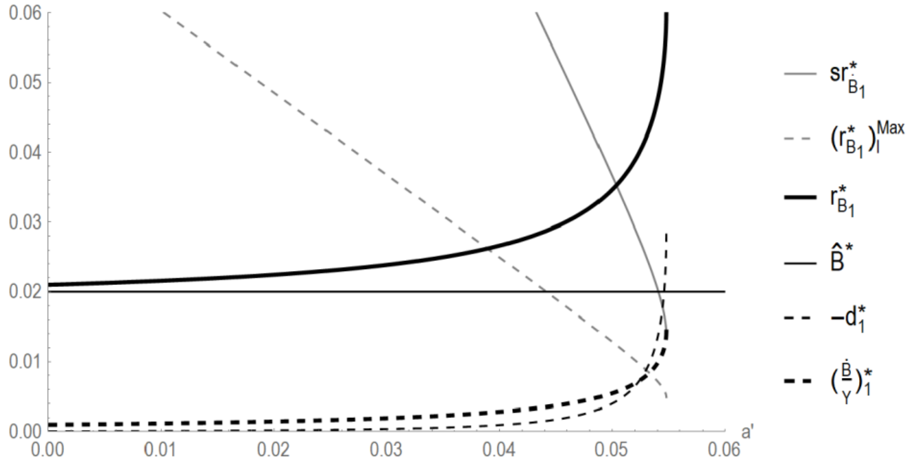
$s_{pr} = 0,12; \gamma = 1; \alpha = 0,77; \beta = 0,2; n = 0; \delta = 0,02; \underline{a} = 0,001; \underline{s}_{pr}^{g} = 0,001; \varepsilon = 0,99; s_{pr}^{g'} = 0,5; \tau = 0,35$

Abbildung 11: Wachstumsgleichgewicht: zur Beziehung zwischen Primärüberschussquote, Staatsschuldenquote, Wachstumsrate der Staatsschuld und Zinssatz

(a)



(b)



$$s_{pr} = 0{,}12; \gamma = 1; \alpha = 0{,}79; \beta = 0{,}2; n = 0; \delta = 0{,}02; \lambda \approx 1; \underline{a} = 0{,}001; a' = 0{,}05;$$
$$\underline{s}^g_{pr} = 0{,}001; s^{g'}_{pr} = 0{,}5; \tau = 0{,}35; \varepsilon = 0{,}99$$

Dies wird durch den Vergleich von Abbildung 11(a) und 11(b) verdeutlicht: Eine Veränderung der Rate des technischen Fortschritts beeinflusst die Gleichgewichtswerte der Primärüberschussquote, der Schuldenquote, der Wachstumsrate der Staatsschuld und des Zinssatzes auf Staatsanleihen, während eine Veränderung der Abhängigkeit des Ziel-Zinssatzes von der Staatsschuldenquote zwar die Gleichgewichtswerte der Primärüberschussquote, der Staatsschuldenquote und des Zinssatzes beeinflusst, nicht aber die gleichgewichtige Wachstumsrate der Staatsschuld.

Strukturreformen, die zu einer Erhöhung der Rate des technischen Fortschritts führen, erhöhen im Wachstumsgleichgewicht zugleich die Wachstumsrate des Volkseinkommens und der Staatsschuld. Dennoch verringern sie die Gleichgewichtswerte von Budgetdefizit- und Staatsschuldenquote (siehe Abbildung 11(a)).

Für – in Bezug auf die Existenz von Wachstumsgleichgewichten mit positiver Staatsschuldenquote hinreichend geringe Werte der Abhängigkeit des Ziel-Zinssatzes von der Staatsschuldenquote – führen Erhöhungen von a', etwa auf Grund einer Verunsicherung der Investoren, nicht nur zu einer Erhöhung der Gleichgewichtswerte des Zinssatzes, der Budgetdefizit- und damit der Staatsschuldenquote, sondern auch der Primärüberschussquote (siehe Gleichung (13) und Abbildung 11(b)).

9. *Schlussbemerkungen*

Mit dem vorliegenden Modell wurde gezeigt, dass für bestimmte Parameterkonstellationen die Staatsschuld durchaus nachhaltig sein kann in dem Sinne, dass sowohl die Solvenz des Staates gewährleistet ist als auch die Stabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote.[13] Damit hängt (anders als etwa bei Gärtner 2016 oder Wickens 2011) die Stabilität der gleichgewichtigen Staatsschuldenquote nicht mehr von der – bei glaubhaftem Ausschluss eines Bail-Outs der Gläubiger – problematischen Annahme ab, dass die privaten Haushalte, die Teile ihrer Ersparnisse in Staatsanleihen investieren, die mit der Insolvenz des Staates einhergehenden Auswirkungen auf ihre Erträge einfach negieren.

Zugleich wurde damit aber auch gezeigt, dass Staatsschuld allein, selbst bei Anwendung der Goldenen Regel und in einer per se stabilen

[13] Im vorliegenden Modell ist der Steuersatz fixiert. In Modellvarianten, in denen der Steuersatz so variiert wird, dass entweder eine konstante Budgetdefizit- oder eine konstante Primärüberschussquote realisiert wird, kann gezeigt werden, dass für eine bestimmte Menge an Parameterkonstellationen bei (erfolgreicher) Verfolgung eines Budgetdefizitquoten-Ziels die gleichgewichtige Staatsschuldenquote stabil und nachhaltig ist, während dies bei Verfolgung eines Primärüberschussquoten-Ziels nicht der Fall ist.

Volkswirtschaft mit Vollauslastung von Kapital und Arbeit, dazu führen kann, dass kein Wachstumsgleichgewicht existiert, sofern – bei hinreichend geringer Summe aus Rate des technischen Fortschritts und Veränderungsrate des Arbeitsangebots sowie hinreichend geringem Steuersatz – der Ziel-Zinssatz, den die Investoren anstreben, hinreichend stark von der Staatsschuldenquote abhängt und die Investitionsneigung für Staatsanleihen hinreichend stark von deren Zinssatz. In diesem Fall steigt eine anfänglich positive Staatsschuldenquote immer weiter an.

Nun ist die Erfüllung der Solvenz-Bedingung sowohl bei privaten Unternehmen als auch beim Staat daran geknüpft, dass ihre jeweiligen Schulden mit einer geringeren Rate wachsen als der zugehörige Zinssatz. Wenn Gläubiger die Solvenz ihres Schuldners in Gefahr sehen, werden sie mit einer Erhöhung des von ihnen geforderten Zinssatzes reagieren. (Die Schuldner werden aus dem Paradies vertrieben und die Gläubiger verlassen die Hölle.) Sollten die Schuldner nicht gewillt oder nicht in der Lage sein, die entsprechenden Primärüberschüsse zu erzielen, werden die Schuldner von den Gläubigern dadurch dazu angehalten, dass ihnen von den Gläubigern weniger Finanzmittel zur Verfügung gestellt werden. Im Extremfall kann der Zufluss von Finanzmitteln ganz versiegen.

Vielleicht sollten Ökonom/innen, die an die Nachhaltigkeit des Schuldner-Paradieses glauben, noch einmal das Alte Testament zur Hand nehmen. Der Nachhaltigkeit eines (in unserem Fall für die Schuldner) paradiesischen Zustandes steht offenbar das Streben der Menschen (in unserem Fall der Gläubiger) nach Erkenntnis im Wege. Hierbei ist allerdings anders als im Buch Genesis Erkenntnis kein Selbstzweck. Der Anreiz für den Erkenntnisgewinn besteht vielmehr in der Vermeidung von Ertragseinbußen durch Insolvenz.

Literatur

Aschauer, D. (1989): Is Public Expenditure Productive? in: Journal of Monetary Economics 177–200.

Blanchard, O., Fischer, St. (1989): Lectures on macroeconomics, 3rd print. Cambridge, Mass.

Buiter, W. (2017): The Good and the Bad Theory of the Price Level. CEPR Discussion Paper No. DP11975

D'Erasmo, P. et al. (2016): What is a Sustainable Public Debt? In: Taylor, J., Uhlig, H. (eds): Handbook of Macroeconomics vol. B, Amsterdam 2493-2597

Englmann, F. (2016a): Can Real Public Debt Be Sustainable? - A Contribution to the Theory of the Sustainability of Real Public Debt. IVR Working Paper WP 2016/01 (http://www.ivr.uni-stuttgart.de/vwl/forschung/workingpapers/Englmann_Public_Debt_Sustainability_20161122.pdf)

Englmann, F. (2016b): Why Governments Should Target a Budget Deficit Ratio, Not a Primary Surplus Ratio When the Interest Rate on Government Bonds Increases with the Public Debt Ratio. IVR Working Paper WP 2016/02 (http://www.ivr.uni-stuttgart.de/vwl/forschung/working papers/Englmann_Endogenous_Sustainability_20161219.pdf)

Gärtner, M. (2016): Macroeconomics, 5th ed., Harlow

Greenlaw, D. et al (2013): Crunch Time: Fiscal Crises and the Role of Monetary Policy, National Bureau of Economic Research Working Paper No. 19297

Laubach, Th. (2009): New Evidence on the Interest Rate Effects of Budget Deficits and Debt, in: Journal of the European Economic Association 858-885.

Pasinetti, L. (1962): Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth, in: The Review of Economic Studies 267-279.

Romer, D. (2012): Advanced Macroeconomics, 4th ed., New York et al.

Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung (2007): Staatsverschuldung wirksam begrenzen. Expertise im Auftrag des Bundesministers für Wirtschaft und Technologie. Wiesbaden: Statistisches Bundesamt

Sims, C. (2013): Paper Money, in: American Economic Review 563–584

Solow, R. (1956): A Contribution to the Theory of Economic Growth, in: The Quarterly Journal of Economics 65-94

Wickens, M. (2011): Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach, 2nd ed., Princeton